

E

Effectiviteit van
montessorirekenonderwijs

Jaap de Brouwer

Van oudsher werken veel scholen in kleutergroepen met ontwikkelingsmaterialen vanuit het idee dat concreet materiaal de eerste stap is om zich abstracte reken- en wiskunde concepten eigen te maken. Dat gebeurt ook op montessorischolen. Maar is het werken met montessorimaterialen wel zo effectief voor het verzorgen en leren van rekenen en wiskunde onderwijs?

8

De inzet van ontwikkelingsmateriaal komt voort uit het idee dat kinderen eerst concreet moeten handelen, voordat ze abstract kunnen redeneren. Eerst leren we kinderen om te tellen met stenen, kralen en vingers om ze dit vervolgens, naar mate getallen groter worden, zonder concrete ondersteuning van materialen te laten doen. Zo bekeken stellen de ontwikkelingsmaterialen voor rekenen een abstract wiskundig concept voor. Het gouden materiaal als voorstelling van het decimale stelsel, het kralendecanoom van de tafels van vermenigvuldiging of het machtsverheffen. Toch zit hier een tegenstrijdigheid: het vraagt van kinderen immers al abstract te kunnen denken om een wiskundig concept af te leiden uit een concreet ontwikkelingsmateriaal: het decimale stelsel afleiden uit het gouden materiaal, wat nogal wat (denk-) stappen van kinderen vraagt natuurlijk.

Maria Montessori overzag dit probleem al. In haar boek *De Methode*¹ vraagt zij zich af of dit komt door het nog niet ontwikkelde vermogen van



kinderen om te komen tot abstractie, of door het gebrek van materialen om een abstract wiskundig concept over te brengen. Ze gaat uit van het laatste en probeerde in haar zelf ontwikkelde materialen abstracte, wiskundige concepten te 'materialiseren'. Niet door ze persé zo concreet mogelijk te maken, maar vooral door wiskundige concepten een tastbare en meer begrijpelijke vorm te geven. Maria Montessori's rekenmaterialen zijn in die zin dan ook niet altijd concreet, eerder symbolisch: het wiskundige concept ligt 'verborgen' in het materiaal. Zij sprak dan ook over 'gematerialiseerde abstracties'. De logische volgorde voor het zich eigen maken van abstracte wiskundige concepten is dan: vanuit de concrete ervaring naar een symbolische weergave door naar abstractie.

Hoe met materialen

Vaak staan er dozen vol montessorimaterialen in onderbouwgroepen, nog eens aangevuld met andere ontwik-

kelingsmaterialen. Maar wie die voor rekenen en wiskunde goed bekijkt, ziet dat ze nogal verschillen, qua uiterlijk, maar ook qua gebruik: positie binnen de leerlijn, doelstelling, maar bovenal de bruikbaarheid om effectief bij te dragen aan het leren van rekenen en wiskunde. Onderzoek naar de toegevoegde waarde van ontwikkelingsmaterialen op het leren van rekenen laat een wisselend beeld zien: sommige studies laten zien dat materialen wel bijdragen aan het leren van rekenen en wiskunde, andere spreken dat tegen of stellen dat materialen het leren zelfs verstoren. Een grote overzichtsstudie uit 2013 van Kira Carbonneau en collega's

- 1 Montessori, M. (2016), *De Methode*. Montessori-Pierson Publishing Company: Amsterdam.
- 2 Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013), A metanalysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105, 380-400.



laat een genuanceerder beeld zien. Zij stellen dat ontwikkelingsmaterialen wel degelijk kunnen bijdragen aan het leerproces van kinderen, mits toegepast onder een viertal voorwaarden. Ten eerste dat kinderen langere tijd met de materialen moeten hebben gewerkt voordat het bijdraagt – bevestigt en verduidelijkt door onder andere Elida Laski en collega's: hoe langer je werkt met materialen, hoe effectiever het wordt.³ Dit omdat kinderen de tijd nodig hebben om de relatie te leggen tussen materialen en abstractere wiskundige concepten. Het is als een iteratief proces: door het werken met materialen een basaal idee krijgen van hoe een wiskundig concept in elkaar zit. Dat leidt tot een beter begrip van het wiskundige concept. Hierdoor begrijpt het kind ook weer beter hoe dit wiskundige concept zich verhoudt tot het materiaal dat het gebruikt. En dat leidt weer tot een beter gebruik van het materiaal, wat weer leidt tot een beter begrip van het wiskundige concept, enzovoorts. Verwacht dus niet, aldus Laski, dat kinderen al na een enkele keer werken met het gouden materiaal het decimale stelsel kennen. Ze stelt dat het zelfs met het best ontworpen ontwikkelingsmateriaal niet realistisch is te denken dat jonge kinderen zelfstan-



dig de relatie leggen tussen materialen en abstractere wiskundige concepten. Het vraagt tijd, instructie en oefening om deze relaties te leggen.

Relaties en verbindingen

Dat leraren kinderen expliciete begeleiding bieden om de relatie te leggen tussen het materiaal en het wiskundige concept is ook de tweede voorwaarde

van werken met materialen die Carbonneau en collega's stellen. Leraren moeten daarom hun denkstappen, handelingen en denkprocessen hardop uitleggen tijdens het geven van instructies met het materiaal.

Dat vraagt ook, als derde voorwaarde, een heldere materiaallijn van concreet naar steeds abstracter.

Hoe concreter de overeenkomst is tussen een ontwikkelingsmateriaal en het wiskundige concept, hoe makkelijker het voor kinderen is om de relatie tussen deze twee te begrijpen. Dat klinkt simpel bij tellen en getalbegrip, maar wordt ingewikkelder bij machtsverheffen of worteltrekken. Maar blijf niet bij die concrete fase hangen, is het advies van Laski en collega's. Concrete materialen zijn weliswaar nodig voor het eerste basisidee van het wiskundige concept, maar kinderen zullen op den duur los moeten komen van het materiaal. Of, zoals Maria Montessori dat voor zich zag: van concreet naar symbolisch naar abstract. Voor leraren is het dus van belang te weten wat de wiskundige essenties van de materialen zijn en welk doel ze dienen. Maar ook wanneer materialen in te zetten in

9



³ Laski, E. V., Jor'dan, J. R., Daoust, C., & Murray, A. K. (2015), *What makes mathematics manipulatives effective? Lessons from cognitive science and Montessori education*. SAGE Open.

de leerlijn en waarom juist dít specifieke materiaal. Het hoe, wat, wanneer en waarom ervan dus.

Voorkom afleiding

Als laatste voorwaarde stellen Carbonneau en collega's dat ontwikkelingsmaterialen eenvoudig en eenduidig zouden moeten zijn. Minder is meer, is hun devies. Storende, irrelevante eigenschappen van materialen leiden af van het wiskundige doel ervan. Die afleiding leidt tot minder effectief leren.⁴ En hoewel vaak gedacht wordt dat alledaagse voorwerpen, zoals het tellen van knuffeldieren of fruit, leidt tot het begrijpen van wiskundige concepten, is het tegenovergestelde waar. Laski en collega's stellen dat dit soort alledaagse voorwerpen door kinderen op twee manieren bekeken kunnen worden: als op zichzelf staande voorwerpen of als een voorstelling voor een wiskundig concept.

Wanneer voorwerpen eerder uitnodigen om mee te spelen dan te gebruiken voor een wiskundige doel leidt dat de aandacht van kinderen af. Montessori's rekenmateriaal voldoet aan deze voorwaarde om niet te af te leiden. De isolatie van de eigenschap, zoals Montessori dat noemt, zorgt er voor dat er één wiskundig aspect centraal staat in elk materiaal. Kleur, vorm, lengte of andere eigenschappen worden binnen een materiaal zoveel mogelijk gelijk

Aanvullingen overbodig

'Ik denk dat je heel goed rekenonderwijs kunt geven met alleen de montessorirekenmaterialen,' concludeert Chris Willemse, brand manager bij Nienhuis, uitgever van montessorimaterialen. Willemse: 'De mogelijkheden die in het montessori reken- en wiskundemateriaal zitten, worden, volgens mij, nog niet volledig benut. Er zitten nog veel meer gebruiksmogelijkheden in dan dat ik nu in de praktijk zie. Dat vraagt wel om grondige kennis van de leraar om de materialen optimaal te benutten. Kennis die mijn inziens nog wel eens ontbreekt. Ik denk dat je heel goed rekenonderwijs kunt geven met alleen de montessorirekenmaterialen. Als je de materialen optimaal benut heb je weinig aanvullende materialen nodig. Maar dat aanvullend materiaal ontwikkelt Nienhuis zelf toch ook? Willemse: 'We hebben een rekenarena en een grotere mat voor het fichesspel ontwikkeld. De scholen vragen ook om aanvullingen, dus blijven wij ook kritisch kijken naar ons eigen aanbod. Momenteel zijn we bezig met een materiaal om Pi uit te kunnen rekenen. Dat zijn aanvullingen die ook echt iets toevoegen aan het bestaande materiaal.'

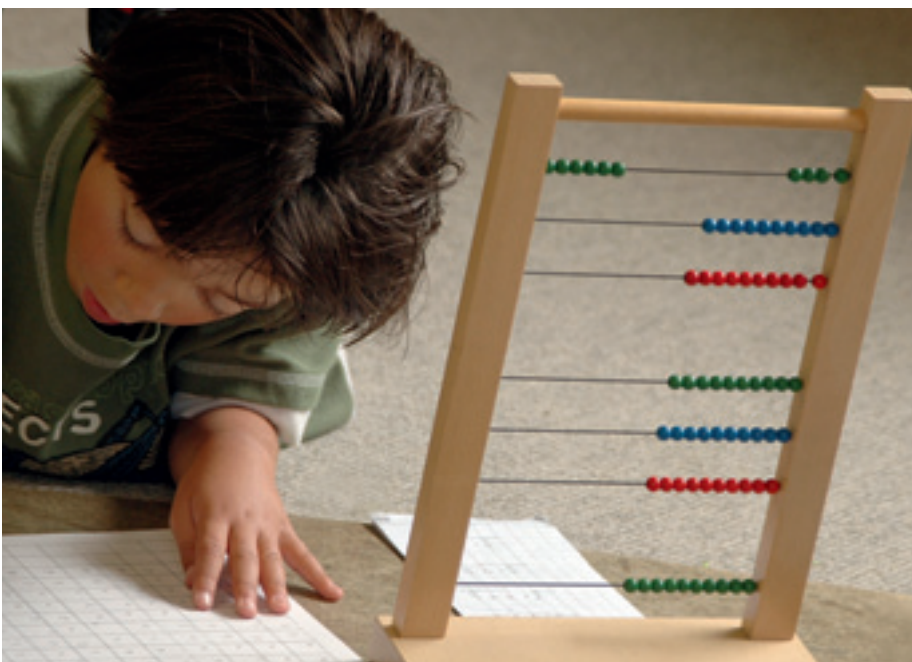
gehouden als het er niet toe doet. Dat helpt om de aandacht van kinderen te richten op het wiskundige concept. Kortom: alle montessorirekenmaterialen zijn bedoeld om mee rekenen en niet om mee te spelen.

Is het effectief?

Zo bezien lijkt het of Maria Montessori's materialen aardig voldoen aan de voorwaarden van Carbonneau en collega's om effectief reken- en wiskundeonderwijs mee te geven. Dat is ook wat Laski en collega's stellen. Toch is er nog geen onderzoek bekend

waarin duidelijk wordt aangetoond dat het leren van reken- en wiskunde met behulp van de montessorimaterialen effectiever is dan op scholen die geen gebruik maken van deze materialen. Angeline Lillard en Abha Basargekar waagden afgelopen jaar een poging om de effectiviteit van het montessorirekenonderwijs beter in beeld te krijgen.⁵ In hun overzichtsstudie pogen zij de onderzoeken naar het reken- en wiskundeonderwijs op de montessorischolen die bekend zijn en de werkende leerprincipes samen te brengen. De meeste onderzoeken die zij bekeken hebben, tonen geen verschil. Enkele studies suggereren dat een andere aanpak beter is, zoals ook enkele aantonen dat de montessori-aanpak effectiever is. Kortom, resultaten verschillen en harde conclusies zijn dan moeilijk te trekken. Maar Lillard en Basargekar zijn ook kritisch: kijkend naar de uitvoering van het montessorionderwijs concluderen zij dat wanneer het montessoriconcept trouw en stevig geïmplementeerd werd op een school, dit ook betere

10



4 Zie o.a.: McNeil, N. M., Uttal, D. H., Janvin, L., & Sternberg, R. J. (2009). *Should you show me the money? Concrete objects both hurt and help performance on mathematics problems.* *Learning and Instruction*, 19, 171-184.

5 Basargekar, A. & Lillard, A.S. (2021). *Math achievement outcomes associated with Montessori education.* *Early Child Development and Care*, 191:7-8, 1207-1218

resultaten liet zien in de studies naar reken- en wiskundeprestaties. Maar ook andersom: dat de studies die geen positief effect aantoonde in het voordeel van het montessorionderwijs, gingen over scholen waar de implementatie van het montessoriconcept ook slechts matig was. Alles uit de onderzoeken van Carbonneau, Laski en Lillard samengenomen, betekent dat wanneer het materiaal op de juiste wijze wordt ingezet en de school het montessoriconcept op een zo getrouw mogelijke manier uitvoert, dit volgens deze onderzoekers leidt tot effectief rekenonderwijs.



Verschillende keuzes

Andere montessorischolen pakken het rigouze aan wat betreft hun reken- en wiskunde onderwijs en zoeken naar alternatieven en aanvullingen. Een ontwikkeling die al vanaf 2003 is ingezet met een discussie over de vernieuwing van het reken- en wiskundeonderwijs binnen de NMV. De conclusie was dat de rekenmaterialen alleen niet voldoende zijn om de kerndoelen te behalen en dat aanvullingen dus noodzakelijk zijn.⁶

Inmiddels valt er heel wat te kiezen, van reguliere rekenmethodes, tot meer op de montessorileest geschoeide rekenmaterialen. Ronald Bakker, directeur op Montessorischool Tuinstad (Rotterdam), gebruikt op zijn school de aanvullingen van de projectgroep *Wiskunde Montessori Basisonderwijs* (WMBO). Bakker: 'Naast de gewone montessorimaterialen, de oude rekenkaarten, gebruiken we ook de werkwijze van het WMBO. De materialen blijven voor ons echter centraal staan. Daarom hebben we ook voor de WMBO werkwijze gekozen, want die sluit er goed bij aan. Het WMBO materiaal bestaat uit werkkaarten voor kinderen, maar er zijn ook didactische bijsluiters voor leraren. Maar de implementatie van het WMBO is best pittig, vereist veel kennis van de leraar, van de leerlijnen, van rekendidactiek en de montessorimaterialen. Maar dat zorgt er wel voor dat we rekenonderwijs hebben dat goed aansluit bij de kinderen en de montessorivisie. En we zien rekenlust bij de kinderen, dat motiveert om er mee door te gaan.'

Op Montessorischool de Plotter in Zutphen kiezen ze voor een andere werkwijze. Na het werken met een reguliere methode en het WMBO materiaal hebben ze daar gekozen voor *Ik wil rekenen*. Jeffrey Martherus, leraar van een bovenbouwgroep: 'Dat was in het begin best wennen. We

hebben als team eerst wat overzicht moeten creëren. *Ik wil rekenen* bestaat uit een grote kast vol met materialen en rekenkaarten; de kinderen hadden in het begin geen overzicht. Dat vroeg wat tijd en kennis van ons, je hebt een plan nodig: hoe zet je de rekenkaarten en materialen van *Ik wil rekenen* in, hoe past het binnen het onderwijs dat wij geven? Inmiddels loopt het goed. Het voordeel vind ik dat kinderen kunnen werken aan doelen die passen bij hun eigen niveau. Soms grijp ik eerst terug op de montessorimaterialen voordat ik met hen abstracter ga werken met de kaarten in *Ik wil rekenen*. Het voordeel ervan, vind ik, is dat ik als leraar keuzes kan maken. Zo werkt *Ik wil rekenen* goed in combinatie met de montessorirekenmaterialen.'

Maurice Limpens en Desiree Leensen, beiden leraar in de middenbouw van Montessorischool Venray, herkennen de zoektocht naar aanvullend passend rekenmateriaal. 'Eerst werkten we met een reguliere rekenmethode die we helemaal verknipt en in doelen verdeeld hadden. Maar we merkten dat alles door elkaar liep, er was weinig overzicht, ook voor de kinderen. We hebben veel methodes en aanvullende materialen bekeken en uiteindelijk gekozen voor *Getal en ruimte junior*. Ze geeft veel overzicht: één doel in de week staat centraal, we geven instructie en daarna gaan we inoefenen. Het eindigt met een toepassingsopdracht. Differentiëren gebeurt doordat er verschillende werkboeken zijn die passen bij het niveau van de kinderen. Het geeft leraren veel handvatten om goed rekenonderwijs te geven. We hebben een jaar gedraaid om de methode onder knie te krijgen, nu zitten we in de fase om de methode meer los te laten en de montessorimaterialen meer te integreren. We hebben immers *Getal en ruimte junior* nooit aangeschaft om die slaafs te blijven volgen, maar als leidraad.'

11

⁶ Zie ook: *Inspectie van het Onderwijs* (2007), *Het Montessori Basisonderwijs*.